

## Brojevni sustavi

Počnimo od onoga što znamo, a snalazimo se u sustavu sa bazom 10, potpuno intuitivno, jer smo u njemu učili brojati i sve računске operacije od početka školovanja. Naša ruka ima 10 prstiju pa nam je taj sustav najprirodniji, u dekadskom sustavu smo savladavali prve računске operacije.



*Povijesni kutak:*

*Ako se vratimo u 9. st. srest ćemo prvi puta zapise brojeva u Evropi kao danas. Kako ih je u Evropu prenio Abu Ja'far Muhamad ibn Musa-al-Hvarizmi, iranski matematičar, geograf i astronom, pripisuje mu se uvođenje arapskih brojeva u matematiku. No brojčani sustav bilježenja brojeva znamenkama od 0 do 9 vuče korijene iz Indije još oko 500. godine. Musa-al-Hvarizmi se u svom djelu "Računanje s indijskim brojevima" pozabavio s tim sustavom i objasnio kako funkcionira. To je djelo prevedeno na latinski i prihvaćeno na Zapadu, a potom i u cijelom svijetu. Takav sustav bilježenja brojeva pojednostavnio je matematiku i ubrzao sva novija otkrića.*

Kad već imamo tako jasan i logičan oblik pisanja brojeva i izgrađen sustav računanja, lako je promijeniti bazu sustava i da analogijom izvedemo pravila za te nove sustave sa bazama različitim od 10, pogotovu sa bazom 2 i potencijama broja 2 ( $2^3 = 8$  oktalni sustav,  $2^4 = 16$  heksadecimalni sustav), jer se računalni zapis upravo bazira na tim bazama.

**Tablica 1. Zapisi brojeva u različitim sustavima**

Dekadski	Binarni	Oktalni	Heksadecimalni
0	0000 (0)	0	0
1	0001 (1)	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

**Legenda (objašnjenje):** u Tablici 1. su podebljene znamenke pomoću kojih možemo napisati bilo koji broj u navedenom sustavu.

Broj xyz u bazi a može se zapisati:

$$x y z_a = x \cdot a^2 + y \cdot a^1 + z \cdot a^0 = x \cdot a^2 + y \cdot a + z$$

Brojevi iznad x, y i z broje eksponente baze s kojim se taj broj množi, kao što vidimo iz formule. Počinjemo sa 0 na mjestu jedinica i brojimo do prve znamenke.

Primjena binarnog, oktalnog i heksadecimalnog sustava brojeva u ASCII Code

The extended ASCII table u ASCII stands for American Standard Code for Information Interchange. It's a 7-bit character code where every single bit represents a unique character. On this webpage you will find 8 bits, 256 characters, according to ISO 8859-1 and Microsoft® Windows Latin-1 increased characters, which is available in certain programs such as Microsoft Word.

**ASCII control characters (character code 0-31)**

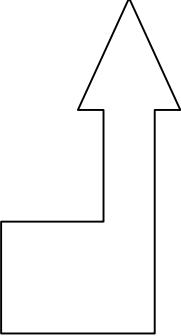
The first 32 characters in the ASCII-table are unprintable control codes and are used to control peripherals such as printers.

<http://www.ascii-code.com/>

	OCT	HEX	BIN	Symbol	HTML Number	Description
0	000	00	00000000	NUL	&#000;	Null char
1	001	01	00000001	SOH	&#001;	Start of Heading
2	002	02	00000010	STX	&#002;	Start of Text
3	003	03	00000011	ETX	&#003;	End of Text
4	004	04	00000100	EOT	&#004;	End of Transmission
5	005	05	00000101	ENQ	&#005;	Enquiry
6	006	06	00000110	ACK	&#006;	Acknowledgment
7	007	07	00000111	BEL	&#007;	Bell
8	010	08	00001000	BS	&#008;	Back Space
9	011	09	00001001	HT	&#009;	Horizontal Tab
10	012	0A	00001010	LF	&#010;	Line Feed
11	013	0B	00001011	VT	&#011;	Vertical Tab
12	014	0C	00001100	FF	&#012;	Form Feed
13	015	0D	00001101	CR	&#013;	Carriage Return
14	016	0E	00001110	SO	&#014;	Shift Out / X-On
15	017	0F	00001111	SI	&#015;	Shift In / X-Off
16	020	10	00010000	DLE	&#016;	Data Line Escape
17	021	11	00010001	DC1	&#017;	Device Control 1 (oft. XON)
18	022	12	00010010	DC2	&#018;	Device Control 2
19	023	13	00010011	DC3	&#019;	Device Control 3 (oft. XOFF)
20	024	14	00010100	DC4	&#020;	Device Control 4
21	025	15	00010101	NAK	&#021;	Negative Acknowledgement
22	026	16	00010110	SYN	&#022;	Synchronous Idle
23	027	17	00010111	ETB	&#023;	End of Transmit Block
24	030	18	00011000	CAN	&#024;	Cancel
25	031	19	00011001	EM	&#025;	End of Medium
26	032	1A	00011010	SUB	&#026;	Substitute
27	033	1B	00011011	ESC	&#027;	Escape
28	034	1C	00011100	FS	&#028;	File Separator
29	035	1D	00011101	GS	&#029;	Group Separator
30	036	1E	00011110	RS	&#030;	Record Separator
31	037	1F	00011111	US	&#031;	Unit Separator

Najjednostavniji način pretvaranja dekadskog broja u binarni je permanentnim dijeljenjem sa brojem 2 dok ne dođemo do 0, a iza crte bilježimo ostatke dijeljenja:

**Primjer 1.**

broj	ostatak	
453	1	
226	0	
113	1	
56	0	
28	0	
14	0	
7	1	
3	1	
1	1	
0		

Dobivamo da je:  $453 = 453_{10} = 111000101_2$   
 Prepisujući ostatke dijeljenja od zadnjeg ostatka prema prvom.

Pretvaranje binarnih brojeva u oktalne je lako: binarni broj podijelimo u grupe po tri znamenke počevši od zadnje napisane znamenke prema prvaj i svaku dobivenu trojku znamenki zamijenimo s oktalnom znamenkom od 0 do 7 prema Tablici 1.

**Primjer 2.**

$$111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 705_8$$

Pretvaranje binarnih brojeva u heksadecimalne je analogno: binarni broj podijelimo u grupe po četiri znamenke počevši od zadnje napisane znamenke prema prvaj i svaku dobivenu četvorku znamenki zamijenimo s heksadecimalnom znamenkom od 0 do F prema Tablici 1.

**Primjer 3.**

$$1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 1C5_{16}$$

Dakle iz zadnja tri primjera slijedi:

$$453 = 453_{10} = 111000101_2 = 705_8 = 1C5_{16}$$

**Primjer 4.**

Želimo li pretvarati heksadecimalni, oktalni ili binarni u decimalni broj u dekadski:

I.  $1C5_{16} = 1 \cdot 16^2 + C \cdot 16 + 5 = 256 + 12 \cdot 16 + 5 = 256 + 192 + 5 = 453$

II.  $705_8 = 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8 + 5 = 453$

III.  $111000101_2 = 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^2 + 1 = 256 + 128 + 64 + 4 + 1 = 453$

**Primjer 5.**

Kad pretvaramo heksadecimalne brojeve u oktalne i obrnuto, posredno pretvaramo u binarni broj pa oktalni. Pogledaj primjere:

I.  $1C5_{16} = 1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 705_8$

II.

$$\text{III. } 705_8 = 111 \uparrow 000 \uparrow 101_2 = 1 \uparrow 1100 \uparrow 0101_2 = 1C5_{16}$$

**Zadatci za vježbu:**

1. Izvedi naznačene operacije:

- Zadan je broj u oktalnom sustavu  $3456_8$ , nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 2, 10 i 16.
- Zadan je broj u binarnom sustavu  $11001001110101_2$ , nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 8, 10 i 16.
- Zadan je broj u heksadecimalnom sustavu  $29AC_{16}$ , nađi njegov ekvivalent u brojevnim sustavima sa bazom 2, 8 i 10.

Rješenja:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3456_8 &= 001 \uparrow 100 \uparrow 101 \uparrow 110_2 = 001100101110_2 = 0011 \uparrow 0010 \uparrow 1110_2 = 32E_{16} \\ 3456_8 &= 3 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8 + 6 = 1838_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 11001001110101_2 &= 11 \uparrow 001 \uparrow 001 \uparrow 110 \uparrow 101_2 = 31165_8, \\ 11001001110101_2 &= 11 \uparrow 0010 \uparrow 0111 \uparrow 0101_2 = 3275_{16}, \\ {}^{13 \ 12 \ 9 \ 6 \ 5 \ 4 \ 2 \ 0} 11001001110101_2 &= 2^{13} + 2^2 + 2^9 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 1 = 12917_{10} = 12917 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 29AC_{16} &= 0010 \uparrow 1001 \uparrow 1010 \uparrow 1100_2 = 10100110101100_2, \\ 29AC_{16} &= 10 \uparrow 100 \uparrow 110 \uparrow 101 \uparrow 100_2 = 24654_8 \\ {}^{3 \ 2 \ 1 \ 0} 29AC_{16} &= 2 \cdot 16^3 + 9 \cdot 16^2 + A \cdot 16 + C = 2 \cdot 16^3 + 9 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16 + 12 = 10668_{10} = 10668 \end{aligned}$$

Primjena pretvaranja brojeva iz jednog brojevnog sustava u drugi na jednadžbe:

**Primjer 6.**

Ako je  $24_x \cdot 30_x = 1320_x$ , izračunaj bazu x i vrijednost izraza  $44_x \cdot 3_x$ ?

Vidjeli smo da se bilo koji broj abcd u bazi x može napisati:

$${}^{3 \ 2 \ 1 \ 0} abcd_x = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

Ako to primijenimo u jednadžbi dobivamo:

Ako to primijenimo u jednadžbi dobivamo:

$$24_x \cdot 30_x = 1320_x$$

$$(2 \cdot x + 4) \cdot (3 \cdot x + 0) = 1 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 0$$

$$(2x + 4) \cdot 3x = x^3 + 3x^2 + 2x \quad | \div x$$

$$(2x + 4) \cdot 3 = x^2 + 3x + 2$$

$$6x + 12 - x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$-x^2 + 3x + 10 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \mp \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \mp 7}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 5$$

*Rješenje*

$$x = 5$$

X=-2 nije rješenje zato što baza brojevnog sustava može biti samo prirodan broj.

I na kraju množenje u sustavu s bazom 5 ne znamo po pomnožimo u sustavu s bazom 10, pa rezultat prebacimo u bazu 5.

$$44_x \cdot 3_x = (4 \cdot 5 + 4) \cdot 3 = 72_{10} = 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 5^0 = 222_5$$

**Zadatci za vježbu:**

1. Ako je  $44_x \cdot 3_x = 242_x$ , izračunaj bazu x i vrijednost izraza  $33_x \cdot 4_x$ ?
2. Ako je  $120_x \cdot 2_x = 360_x$ , izračunaj bazu x i vrijednost izraza  $53_x \cdot 23_x$ ?

Rješenja:

- a) X=5, 242<sub>5</sub>
- b) Nema rješenja

## INSTRUKCIJE IZ MATEMATIKE ZA SREDNJE ŠKOLE I FAKULTETE

Kontakti:

Mira Mihajlović Petković

Tel. 098 469867

Email [gorocvijet@gmail.com](mailto:gorocvijet@gmail.com)

<http://www.naucitesami.com/>

# Pedagoška radionica i učionica

## Matematiku i statistiku za sve škole i fakultete uspješno podučava, uči i poučava

(kako god tvorcima kurikulumu bilo drago, s obzirom da prenošenje znanja ipak ne podliježe trenutnoj modi i inspiraciji)

**iskusna profesorica matematike.**

Kratko o meni:



Poznajem sve programe matematike i statistike u srednjim školama i fakultetima i podučavam od 1980. godine, kad sam tako počela zarađivati prvi studentski džeparac.

Trideset godina iskustva i preživljavanja različitih službenih pristupa znanju, obrazovanju i djeci pokazali su mi da nijedan nije bio dovoljno kreativan i prilagođen djeci, profesorima i razvoju društva. S dolaskom novog kurikulumu stari sustav obrazovanja je barem službeno pao, ali ne treba biti naivan. Još će se on grčevito truditi da se održi jer društvo i profesori se ne mogu promijeniti preko noći.. Zato će i dalje trebati instrukcije.



Oblici podučavanja u mojoj maloj privatnoj školi su:

- individualni
- grupni (ako se radi o skladnim grupama koje obrađuju iste sadržaje). Nakon godina individualnog i rada u sustavu prepoznajem gdje je nastao nesporazum u komunikaciji između učenika i profesora, što je bitan preduvjet kvalitetnoj poduci.



Poznajem sve programe matematike i statistike u srednjim školama i fakultetima i podučavam od 1980 godine, kad sam počela zarađivati prvi studentski

džeparac. Lako prepoznajem način na koji učenik lako uči i prilagođavam obliku poučavanja učenikovoj prirodi, a da pri tom poduka ne gubi na kvaliteti. Nemam predrasuda o učeničkoj motivaciji i zainteresiranosti. U ovakvom sustavu odgoja i obrazovanja svatko ima pravo izabrati razlog i način na koji hoće, želi i može položiti određeni ispit.

Kontakti:

Mira Mihajlović Petković

Tel. 098 469867

Email [gorocvijet@gmail.com](mailto:gorocvijet@gmail.com)

[Matematičke formule i njihova primjena](#)

Matematika -4- ZBIRKA POTPUNO RIJEŠENIH ZADATAKA  
[PRIRUČNIK ZA SAMOSTALNO UČENJE](#)